

[数理科学]

以下の問 (1) ~ (6) に答えよ。

我々がいつも乗っている電車には、渦電流ディスクブレーキと呼ばれる非接触型ブレーキがよく使われている。また、永久磁石を金属製の円筒内や斜面上でゆっくり落下させるという一般向けの科学実験もよく見かける。これらの磁気制動現象をより定量的に理解するため、図1に示すような実験装置を考える。

水平面に対し角度  $\theta$  で傾斜させた斜面の上から、質量  $m$ 、一辺の長さ  $a$  の正方板状の強力な永久磁石（厚みは無視できるものとする）を滑らせる。渦電流を考えやすくするために、斜面はプラスチック（絶縁体）製とし、磁石が滑る斜面上に磁石の底面と同じサイズの一巻きコイルを連続的に埋め込む。このコイルの電線は無視できるぐらい細く、コイル間の隙間は無視でき、互いに非接触で、コイルのインダクタンスも十分小さいものとする。また、コイル一周の電線の電気抵抗を  $R$  とする。磁石の真下には、磁石の底面に垂直下向きの一様な磁束密度  $B$  が生じており（下向きを正の方向とする）、漏れ磁場は考慮しないこととする。重力加速度を  $g$  とし、磁石と板との間の摩擦力および空気抵抗は無視できるものとする。解答の際、以下の2つの式を用いてよい。

$$V = -\frac{d\Phi}{dt} \quad \dots \text{ファラデーの式}$$

$$d\mathbf{F} = I d\mathbf{s} \times \mathbf{B} \quad \dots \text{アンペール力}$$

ここで、 $V$  は誘導起電力、 $\Phi$  は一巻きコイルを貫く磁束、 $t$  は時間、 $d\mathbf{F}$  は磁気力（アンペール力）、 $I d\mathbf{s}$  はコイル上の微小電流素片、 $\mathbf{B}$  は磁束密度である。太字はベクトル、 $\times$  は外積を表す。

- (1) 時刻  $t$  において速度  $v$  で滑り落ちる磁石は、連続して並んだ2つのコイルに対して磁束をもたらしている。磁石と上側のコイルが重なった瞬間の時刻を  $t_0$  とし、上側と下側のコイルの磁束  $\Phi$  の時間変化を求めよ。コイルを1つ通過する程度の短い時間では  $v$  は変化しないものとしてよい。
- (2) (1)の時、上側と下側のコイルを流れる電流  $I$  を求めよ。上から見て時計回りを正方向とする。
- (3) (2)において、コイルに働く力の反作用として斜面に沿って磁石に働く力  $F$  を求めよ。重力を忘れないように。力の方向は下向きを正とする。
- (4) 時間無限大では磁石の速度は一定になる。その時の速度  $v_s$  を示せ。
- (5) 斜面の上で最初止まっていた磁石が動き出す時刻を  $t=0$  とし、その後の速度の時間変化を表す式を求めよ。途中の計算の過程も示すこと。

- (6) 上記のように有限の抵抗値のコイルを設置した場合とコイルが無い場合を比較すると、磁石が同じ高さから滑り落ちても、コイルが無い方が磁石の速度は速くなる。これは一見するとエネルギー保存則に反するように思えるが、コイルがある場合に失われた運動エネルギーはどうなったのかを答えよ。

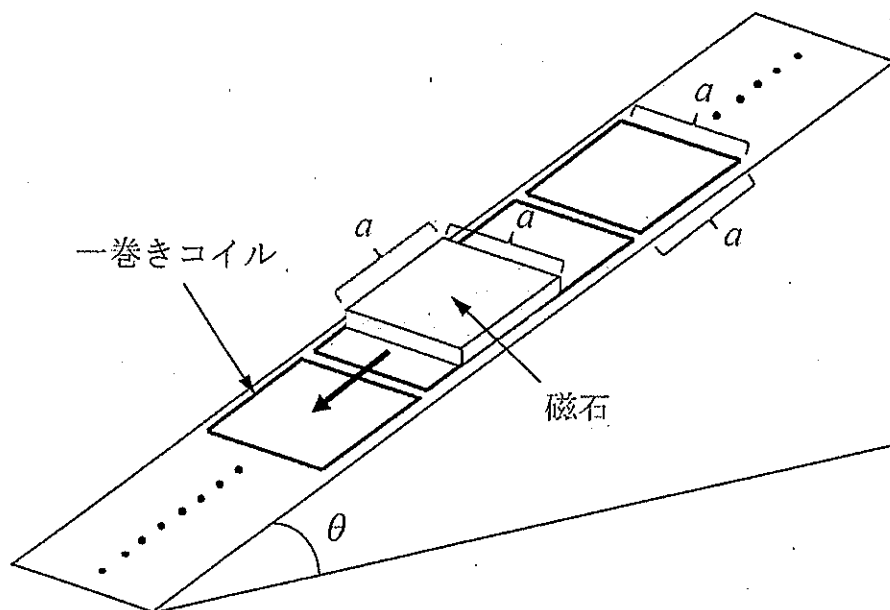


図1. 磁石を滑らせる斜面の概略図