[物理学基礎]

以下の問（1）～（8）に答えよ．

図１に示すように，質量 M の質点 A, B がばね定数 k のばねで繋がれた状態で，複合体 D を形成しており，質点 A，B はそれぞれ位置 $x=-R/2$, $x=+R/2$ において静止している（$R>0$）．$x=-\infty$ から質量 m の質点 C が速度 v で近づき（$v>0$），時刻 $t=t_s$ に質点 A と衝突する（$t_s>0$）．なお，質点 A, B の位置座標を時間の関数としてそれぞれ $x_A(t)$，$x_B(t)$ と表すことにする．ここで，質点 A と質点 C との衝突は同一直線上での弾性衝突とし，質点 A と質点 C は一度だけ衝突するとする．また，常に $x_A(t)<x_B(t)$ が成立するものとする．

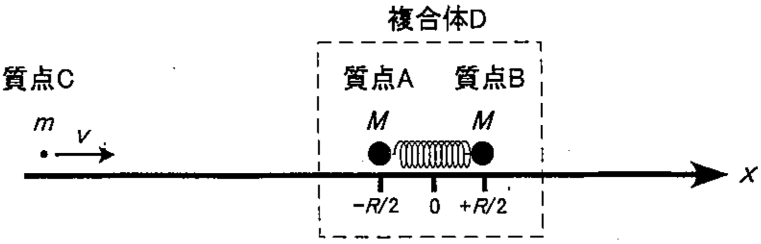

図１．質点衝突系の概略図

（1） この衝突の直前と直後において，質点 A と質点 C との間で運動量保存則とエネルギー保存則が成立する．衝突直後の質点 A と質点 C の速度をそれぞれ V'_A, v' として，質点 A と質点 C が満たすべき運動量保存則とエネルギー保存則を記述せよ．

（2） $t>t_s$ における質点 C の速度 v' を M, m, v を用いて表せ．

（3） $t>t_s$ における質点 A と質点 B の運動方程式を記述せよ．

（4） $t>t_s$ における質点 A と質点 B との距離 $x_B(t)-x_A(t)$,を M, m, v, k, t, t_s, R を用いて表せ．

次に，衝突前の複合体 D が振幅 δ で振動している場合を考える．

（5） 衝突前の時刻 $t=0$ において，$x_B(0)=-x_A(0)=R/2+\delta/2$，かつ，$\dot{x}_A(0)=\dot{x}_B(0)=0$ であったとする．ただし，$\dot{x}_A(t)$，$\dot{x}_B(t)$ はそれぞれ $x_A(t)$，$x_B(t)$ の t に関する導関数である．このとき，$0\leq t\leq t_s$ における $x_A(t)$ と $\dot{x}_A(t)$ を M, k, t, R, δ を用いて表せ．

（6） 質点 C が時刻 $t=t_s$ に質点 A と衝突したとき，衝突直後の質点 C の速度 v' を M, m, v, k, δ, t_s を用いて表せ．

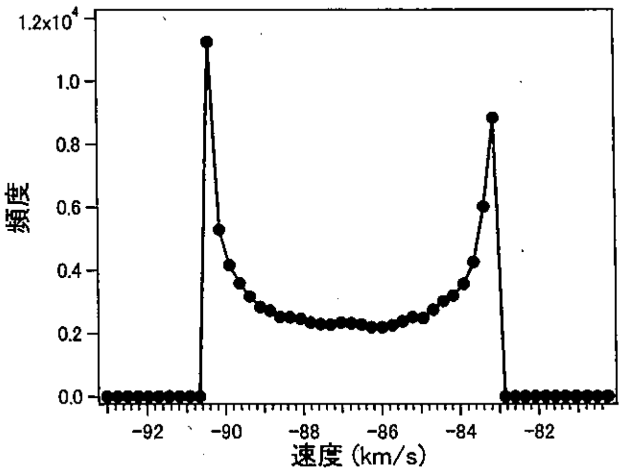

図２．v'の頻度分布

複合体 D を等核二原子分子，質点 C を中性子とし，中性子と分子との衝突過程が上記の近似のもとで取り扱えるとする．このとき，入射速度 v = 1.0×10^2

km/s の中性子を振動している分子と衝突させ，衝突後の中性子の速度 v'を測定した．様々な衝突時刻 $t = t_s$ に対して v'の測定を 10^5 回繰り返した後，v'の頻度分布を作ると図２のようになった．中性子質量は $m = 1.7\times10^{-27}$ kg とし，質点 A と質点 B の質量を $M = Zm$ と表す．

（7） Zを求め，複合体 D の分子名を化学式で答えよ．解答に至った理由も示すこと．

（8） 質点 A と質点 B が衝突前に持っていた力学的エネルギーの和を有効数字 2 桁で求めよ（単位は[J]）．ただし，力学的エネルギーは運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの和である．