[数学標準]

（1）二次元の座標を$x-y$平面で表すと同時に極座標表示（動径rと偏角θ）を導入する．以下の問(a)～(c)に答えよ．

(a) $r=\cos^2\theta \quad (0\le\theta\le 2\pi)$ で表される図形は閉曲線となる．$x-y$平面上での概形を図示せよ．（軸との交点の座標とおおよその形が示されていればよい．）

(b) (a)の図形の閉曲線で囲まれる面積を計算せよ．

(c) (a)の図形の閉曲線の軌跡の長さを計算せよ．ただし，必要であれば，公式
$\int\frac{1}{\sqrt{x^2+a}}dx=\ln\left|x+\sqrt{x^2+a}\right|+c$ （aとcは定数）を使ってもよい．

（2）定積分 $I=\int_0^{2\pi}\frac{d\theta}{a+b\sin\theta}$ を計算することを目的として，複素平面上で定義される複素関数$F(z)$を導入する．以下の問(d)～(f)に答えよ．ただし $a>b>0$ とする．

(d) オイラーの公式$z=e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$（iは虚数単位）を用いて定積分$I$を複素積分 $I=\oint F(z)dz$ の形式に変換したときの$F(z)$を求めよ．積分路は単位円反時計回りとする．

(e) $F(z)$の特異点をすべて求めよ．また，積分路との相対関係がわかるように図示せよ．

(f) 留数の定理を用いてIの値を求めよ．