

[物理学標準]

光の波長よりもずっと小さい分子による電磁波の散乱について考える。図1に示すように、この分子の位置を座標原点 O に選び、 x 軸方向に偏光した電磁波が z 方向に進行し、この分子を通過したとする。このとき、分子中の電子および原子核がこの電場の力によって変位し、 x 軸方向に誘起双極子モーメント（誘起双極子モーメントの大きさ $p = qx$ ； q は電荷、 x は変位）が誘起される。この誘起双極子モーメントが時間変化することにより、電磁波の輻射（散乱）がおこる。このとき、 yz 平面上で、かつ電磁波の波長 λ に比べて十分離れた距離 R の観測点における散乱電場 E_s は以下の式で与えられる。

$$E_s = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R} \frac{d^2 p}{dt^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (\text{式1})$$

ここで、 ϵ_0 は真空の誘電率である。以下の問(1)～(7)に答えよ。

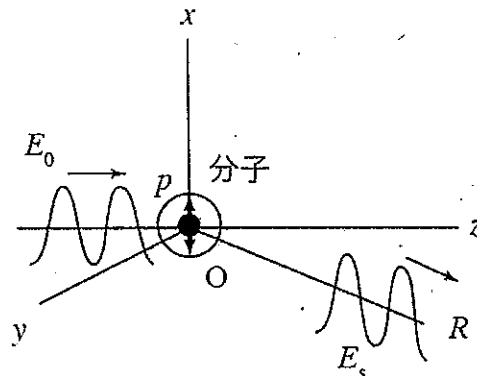


図1

- (1) 変位 x に比例する復元力 $f = -kx$ が働く場に置かれた質量 m 、電荷 q の荷電粒子に、電場 $E_0 = A \exp(i\omega t)$ (A は定数)が働いたときの荷電粒子の運動方程式を立てよ。ただし、粒子には摩擦は働かないとする。
- (2) この運動方程式を解き、変位 x を求めよ。
- (3) 散乱波の電場の ω 依存性を示せ。
- (4) k は、粒子の共鳴角振動数 ω_0 を用いて $k = m\omega_0^2$ で与えられる。通常、多くの分子に対しては、この共鳴角振動数は紫外光域にある。このことを踏まえて、 $\omega \ll \omega_0$ 、 $\omega \gg \omega_0$ の2つの場合について、距離 R の観測点における散乱電場の振幅を求めよ。
- (5) (4)の2つの場合における散乱の特徴をそれぞれ述べよ。
- (6) $\omega \ll \omega_0$ (可視光域)の場合において、距離 R の観測点における散乱強度 $I_s = |E_s|^2$ は振動数(波長の逆数)の4乗に比例することを示せ。
- (7) (6)の結果を踏まえて、地上から見る空は日中で青く、朝や夕方では赤く見える現象を説明せよ。