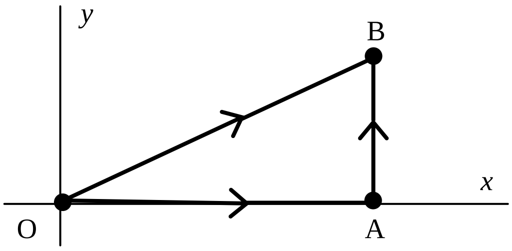
［数学標準］

（１）複素数 z は，任意の実数 x , y の組み合わせで表される； $z = x + iy$ ．よって，複素数 z はガウス平面で座標 (x, y) をもつ点として表示することができる． 点 O$(0, 0)$ ， A$(2, 0)$, B$(2, 1)$ をガウス平面上で表示した下図を参照して, 次の定積分の値を求めよ.

(a) $\int_{C_1} z^2 dz$, C_1: OB

(b) $\int_{C_2} z^2 dz$, C_2: OAB

(c) $\int_{C} z^2 dz$, C: OABO



（２）複素変数関数の積分に対する留数定理によって，以下の積分を計算せよ.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+1}$$

（３） k を定数とする偏微分方程式 $\dfrac{\partial u}{\partial t} = k^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ $(-\infty < x < \infty,\ 0 < t)$ に $u(x,t) = X(x)T(t)$ という形の解があると仮定してこれを解き，$u(x,t) = Ce^{-\alpha t}\cos\left[\beta(x-\gamma)\right]$ という解が得られることを示せ（C, α, β, γ は定数）.