

[数学基礎]

(1)  $(m+n)$ 次の正方行列  $T$ が、 $m$ 次の正方行列  $A$ ,  $n$ 次の正方行列  $B$ ,  $n$ 行  $m$ 列の行列  $C$ ,  $m$ 行  $n$ 列の零行列を用いて、 $T = \begin{pmatrix} A & 0 \\ C & B \end{pmatrix}$  と表されるとする。次の問いに答えよ。ただし  $m, n$  は正の整数とする。

(a)  $T$ の行列式  $|T|$  が  $|T| = |A||B|$  により与えられることを証明せよ。

(b)  $T$ が正則であるための必要十分条件は  $A, B$ が共に正則であることを証明し、 $T$ の逆行列を求めよ。

(2) 数列  $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ が漸化式  $x_{n+2} = x_{n+1} + 2x_n$  ( $n \geq 1$ ) により定義されている。以下の問いに答えよ。

(c) 列ベクトル  $\begin{pmatrix} x_{n+2} \\ x_{n+1} \end{pmatrix}$  と  $\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ x_n \end{pmatrix}$  を定義したとき、これらの間の関係を表せ。

(d)  $x_n$  ( $n \geq 3$ ) を  $x_2, x_1$ を用いて表せ。

(3)  $x, y, z$ の3変数を含んだ曲面の方程式が次のように与えられている。以下の問いに答えよ。

$$2xz + y^2 = -1$$

(e) 列ベクトル  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ と3行3列の対称行列を用いて、方程式を表せ。

(f) 適切な座標変換を行い、曲面の概略を図示せよ。また、どのような座標変換を行ったのかも明示せよ。