

[数学標準]

(1) 不定積分に関する次の問に答えよ.

(a)  $\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + C$  を示せ.

(b)  $I = \int \frac{x}{x^2 + a^2} dx$  を求めよ. 答えに至る過程も簡潔に記せ.

(2)  $0 < x < 1$ ,  $0 < y < \infty$ において, 偏微分方程式

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

を満たし,

$$f(0, y) = f(1, y) = 0$$

$$f(x, 0) = \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{y=0} = \sin \pi x (1 + 2 \cos \pi x)$$

となるような関数  $f(x, y)$  を求めよ. 答えに至る過程も簡潔に記せ.